EXAMENUL DE BACALAUREAT / IUNIE-IULIE 2020

Proba Ed) - Filiera teoretică – profilul real, Filiera vocaţională – profilul militar

REZOLVAREA SUBIECTELOR PROPUSE, CU VARIANTE DE SOLUȚII, CU COMENTARII ȘI CU APROFUNDĂRI PENTRU ELEVII DE EXCELENȚĂ ÎN FIZICĂ

Autor: Prof. Titu Mastan
C. N. I. "Grigore Moisil" Braşov

Precizări:
Enunțurile originale și baremele propuse de autorii subiectelor le găsiți în arhiva noastră sau pe pagina oficială a MEC – www.edu.ro
În continuare prezentăm soluțiile pentru subiectele date la examen (varianta 6), la disiciplina FIZICĂ, pentru cele 4 capitole implicate: MECANICĂ, TERMODINAMICĂ, ELECTRICITATE, OPTICĂ.
Pentru înțelegerea cât mai bună a rezolvărilor de mai jos vă rog să consultați în paralel și enunțurile (de preferință, să aveți deschise simultan ambele fișiere).

TERMODINAMICĂ - Subiectul I

La itemii de la acest subiect candidații trebuie să dea răspunsurile în formatul solicitat de enunțuri, adică **direct**, **foarte scurt**.
În acest material, se prezintă, **<u>în plus</u>**, și rezolvările, în unele cazuri cu variante, în scopul pregătirii sistematice a elevilor și al dezvoltării capacităților de deducere fundamentată a acestor răspunsuri.
Rețineți informațiile oferite de enunț. În acest caz:
" Se consideră: numărul lui Avogadro $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$, constanta gazelor ideale $R = 8.31 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$. Între parametrii de stare ai gazului ideal într-o stare dată există relaţia: p ·V = νRT ".

I.1. Rezolvarea analitică ar presupune să analizăm evoluția tuturor mărimilor care apar în enunț. Ca de obicei la astfel de subiecte este bine să ne folosim de experiența de pe parcursul învățării și chiar pe intuiție. Într-o comprimare izobară vom analiza evoluția căldurii schimbate de sistem cu mediul înconjurător:

$$Q_p = \nu C_p \Delta T, \quad \frac{Q_p}{\Delta T} > 0 - acelasi\ semn$$

În comprimarea izobară temperatura gazului ideal are o variație negativă:

$$\frac{V}{T} = const = a, \quad V = aT, \ \Delta V < 0, \ \Delta T < 0 .$$

$$Q_p < 0, \quad Q_p \text{ - cedată mediului exterior}$$

Rezultatul/răspunsul corect: c.

<u>Aprofundare pentru excelență:</u> Pentru a evita orice fel de confuzii la "problemele capcană" este bine să analizăm cu mare atenție variantele de răspunsuri. Vom face acest lucru și pentru problema noastră, determinând variația sau semnul fiecărei mărimi care apare în variantele de răspuns (ne bazăm aici și pe viteza foarte mare de lucru a elevilor de performanță):
Să analizăm validitatea variantei de răspuns a.
Exprimăm și analizăm variația energiei interne a gazului ideal:

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T, \quad \frac{\Delta U}{\Delta T} > 0 - acelasi\ semn$$

$$comprimare\ izobară: \ \frac{\Delta V}{\Delta T} = const - acelasi\ semn .$$

$$\Delta V < 0, \quad \Delta T < 0, \quad \Delta U < 0, \quad U - scade$$

Concluzie: **<u>varianta a. – invalidă</u>**.

Să analizăm validitatea variantei de răspuns b.
Densitatea gazului ideal este:

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad V\text{ - scade}, \quad \rho - creste$$

Concluzie: **varianta b. – invalidă**.

Să analizăm validitatea variantei de răspuns c. Aceasta s-a făcut mai sus.
Concluzie: **varianta c. – validă - răspuns corect**

Să analizăm validitatea variantei de răspuns d.
Lucrul mecanic într-o comprimare izobară este:

$$L_p = p\Delta V = \nu R\Delta T, \quad \Delta V < 0, \quad L<0 \text{ - primit de sistem}$$

Concluzie: **varianta d. – invalidă**.

I.2. Pentru rezolvare folosim relația Robert-Mayer și formula din definiția exponentului adiabatic:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}, \quad C_p = C_V + R$$
$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}$$

Rezultatul/răspunsul corect: c.

I.3. Încercăm să aducem expresia dată la o formă mai uzuală și mai ușor de interpretat:

$$\frac{\rho RT}{\mu} = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}, \quad pV = \nu RT = \frac{m}{\mu}RT$$
$$\frac{\rho RT}{\mu} = p, \quad [p]_{SI} = 1Pa$$

Rezultatul/răspunsul corect: b.

I.4. Folosim formulele pentru randamentul unui motor termic oarecare și pentru ciclul Carnot:

$$\eta = \frac{L}{Q}, \quad \eta_C = 1 - \frac{T_r}{T_c}, \quad \eta = \frac{40}{100}\eta_C$$
$$L = 0.4 \cdot Q \cdot (1 - \frac{T_r}{T_c})$$
$$L = 32000J = 32KJ$$

Rezultatul/răspunsul corect: a.

I.5. Vom folosi semnificația geometrică a lucrului mecanic în diagrama Clapeyron: $p = f(V), L = A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$.

Din diagrama transformărilor se observă că:

$$L_{A4B} = A_4 >= L_{A3B} = A_3 > L_{A2B} = A_2 > L_{A1B} = A_1.$$

Rezultatul/răspunsul corect: d.

TERMODINAMICĂ - Subiectul II
În această problemă,

se dau:

$$L = 1.2m, \; L_1 = 48cm = 0.48m, \; S = 35cm^2 = 35\cdot 10^{-4}m^2$$
$$\mu_{N_2} = \mu_1 = 28\frac{g}{mol} = 28\cdot 10^{-3}\frac{kg}{mol}, \quad \mu_{O_2} = \mu_2 = 32\frac{g}{mol} = 32\cdot 10^{-3}\frac{kg}{mol}$$
$$C_{V1} = C_{V2} = 2.5R$$
$$t_1 = t_2 = 27^0C, \; p_1 = p_2 = 166.2KPa = 166.2\cdot 10^3 Pa = 1.66\cdot 10^5 Pa$$

și, se cer:

$$a.\ \frac{\nu_1}{\nu_2} = ?$$
$$b.\ N_2 = ?$$
$$c.\ \Delta T = ?$$
$$d.\ \frac{U_1^`}{U_2^`} = ?$$

Autor: Prof. Titu Mastan
CNI "Grigore Moisil"Brașov

a. Aplicăm legea generală a gazelor ideale pentru fiecare sistem:

$$p_1V_1 = \nu_1 RT_1,\ \ p_2V_2 = \nu_2 RT_2$$
$$pL_1S = \nu_1 RT,\ \ pL_2S = p(L-L_1)S = \nu_2 RT\ .$$
$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{L_1}{L-L_1},\ \ \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{0.48}{1.2-0.48} = \frac{2}{3}$$

Comentariu: La această întrebare mulți rezolvitori se orientează să determine raportul maselor celor două substanțe, întrucât în limbajul curent masa este o exprimare sintetică a cantității de substanță dintr-un sistem fizic. Însă, în limbajul științific, cantitatea de substanță se exprimă prin numărul de moli. Dacă rezolvați prin raportul maselor veți obține:

$$pL_1S = \frac{m_1}{\mu_1}RT,\ \ pL_2S = p(L-L_1)S = \frac{m_2}{\mu_2}RT$$
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}\cdot\frac{L_1}{L-L_1},\ \ \frac{m_1}{m_2} = \frac{28}{32}\cdot\frac{2}{3} = \frac{7}{12}\ .$$

b. Numărul de molecule de oxigen:

$$N = \nu N_A,\ \ N_2 = \nu_2 N_A$$
$$p_2V_2 = \nu_2 RT_2,\ \ p(L-L_1)S = \nu_2 RT$$
$$\nu_2 = \frac{p(L-L_1)S}{RT},\ \ N_2 = \frac{p(L-L_1)S}{RT}N_A\ .$$
$$N_2 = \frac{1.66\cdot 10^5(1.2-0.48)\cdot 35\cdot 10^{-4}}{8.31\cdot 300}\cdot 6.02\cdot 10^{23} = \frac{1.66\cdot 0.72\cdot 35\cdot 6.02}{8.31\cdot 3}\cdot 10^{22} = 1.01\cdot 10^{23}\,molec$$

c. Pentru realizarea stării de echilibru, <u>la mijlocul cilindrului</u>, trebuie încălzit compartimentul cu azot și răcit compartimentul cu oxigen. Stările finale ale sistemelor de gaze devin:

$$\begin{cases} S_1(azot):\ \left\{ p_1' = p',\ V_1' = \frac{V}{2},\ \ \nu_1,\ \ T_1' = T + \Delta T \right. \\ S_2(oxigen):\left\{ p_2' = p',\ V_2' = \frac{V}{2},\ \ \nu_2,\ \ T_2' = T - \Delta T \right. \end{cases}\ .$$
$$T = t_1 + 273 = 300K,\ \ \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{2}{3}$$

În etapa următoare scriem legea generală a gazelor ideale pentru fiecare sistem, și în final determinăm variația de temperatură:

$$p_1'V_1' = \nu_1 RT_1',\ \ p_2'V_2' = \nu_2 RT_2'$$
$$p'\frac{V}{2} = \nu_1 R(T+\Delta T),\ \ p'\frac{V}{2} = \nu_2 R(T-\Delta T)$$
$$\nu_1(T+\Delta T) = \nu_2(T-\Delta T),\ \ T(\nu_2-\nu_1) = \Delta T(\nu_2+\nu_1)\ .$$
$$\Delta T = \frac{T(\nu_2-\nu_1)}{(\nu_2+\nu_1)} = T\frac{1-\frac{\nu_1}{\nu_2}}{1+\frac{\nu_1}{\nu_2}},\ \ \Delta T = 300\cdot\frac{1-\frac{2}{3}}{1+\frac{2}{3}} = \frac{300}{5} = 60K$$

d. Energia internă a unui gaz ideal se determină cu relația:

$$U = \nu C_v T\ .$$

Vom aplica această formulă pentru azot și oxigen în starea finală din problemă:

$$U_1' = \nu_1 C_v T_1' = \nu_1 C_v(T+\Delta T),\ \ U_2' = \nu_2 C_v T_2' = \nu_2 C_v(T-\Delta T).$$

Acum facem raportul energiilor interne:

$$U_1^` = \nu_1 C_v T_1^` = \nu_1 C_v (T+\Delta T), \quad U_2^` = \nu_2 C_v T_2^` = \nu_2 C_v (T-\Delta T)$$

$$\frac{U_1^`}{U_2^`} = \frac{\nu_1 C_v (T+\Delta T)}{\nu_2 C_v (T-\Delta T)} = \frac{\nu_1 (T+\Delta T)}{\nu_2 (T-\Delta T)}$$

$$\frac{U_1^`}{U_2^`} = \frac{2}{3}\cdot\frac{300+60}{300-60} = \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2} = 1$$

TERMODINAMICĂ - Subiectul III

În această problemă,

se dau: $C_V = 3R,\ ln3 = 1.1$; $p_1 = 10^5 Pa,\ \ V_1 = 5L = 5\cdot 10^{-3} m^3$

și, se cer: $a.\ \Delta U_{14} = ?$; $b.\ Q_{23} = ?$; $c.\ L_{tot} = ?$; $d.\ V = f(T) = ?\, grafic$.

Reprezentarea grafică din p-V (vezi enunțul) ne aduce foarte multe informații pentru corelarea parametrilor de stare. Propun să clarificăm cât mai bine lucrurile, caracterizând fiecare stare a sistemului.

$$St_1\begin{cases} p_1 = 10^5 Pa \\ V_1 = 5L = 5\cdot 10^{-3} m^3 \\ T_1 = ? \\ \nu_1 = \nu = ? \end{cases} \qquad St_2\begin{cases} p_2 = p_1 \\ V_2 = 3V_1 \\ T_2 = ? \\ \nu_2 = \nu_1 = \nu \end{cases}$$

$$St_3\begin{cases} p_3 = ? \\ V_3 = V_1 \\ T_3 = T_2 \\ \nu_3 = \nu \end{cases} \qquad St_4\begin{cases} p_4 = p_3 \\ V_4 = V_2 = ? \\ T_4 = ? \\ \nu_4 = \nu \end{cases}$$

De asemenea, este util să observăm că în diagrama din enunț apar următoarele **transformări reale**:

1-2 – transformare izobară de presiune minimă – destindere izobară,
2-3 – transformare izotermă – comprimare izotermă,
3-4 – transformare izobară de presiune maximă – destindere izobară,

precum și **două transformări “virtuale”** (care ne pot ajuta):

1-3 – transformare izocoră de volum minim,
4-2 - transformare izocoră de volum maxim.

a. $\Delta U_{14} = U_4 - U_1 = \nu C_V \Delta T_{14} = \nu C_V (T_4 - T_1)$. Aplicăm legea generală a gazelor ideale pentru stările 1 și 4 și respectiv legea transformării izoterme pe porțiunea 2-3:

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$
$$p_4 V_4 = \nu R T_4, \quad p_3 \cdot 3V_1 = \nu R T_4$$
$$p_2 V_2 = p_3 V_3, \quad p_1 \cdot 3V_1 = p_3 V_1, \quad p_3 = 3p_1$$
$$3p_1 \cdot 3V_1 = \nu R T_4, \quad 9p_1 V_1 = \nu R T_4 = 9\nu R T_1$$
$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}, \quad T_4 = 9T_1$$

Acum putem sintetiza în formula variației energiei interne:

$$\Delta U_{14} = \nu C_V (T_4 - T_1) = 3\nu R(9T_1 - T_1) = 24\nu R T_1$$
$$\Delta U_{14} = 24 p_1 V_1 = 24\cdot 10^5 \cdot 5\cdot 10^{-3} = 12000 J = 12KJ$$

b. Analizând situația schimburilor de căldură, observăm că singura porțiune pe care se cedează căldură este 2-3. Am dedus prin eliminare, întrucât pe celelalte două porțiuni se absoarbe căldură (destinderi izobare). Ca urmare:

Autor: Prof. Titu Mastan
CNI ”Grigore Moisil”Brașov

$$Q_{23} = L_{23} = \nu R T_2 ln \frac{V_3}{V_2} = \nu R T_2 ln \frac{V_1}{3V_1} = -\nu R T_2 ln3$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad T_2 = 3T1$$

$$Q_{23} = -3\nu R T_1 ln3 = -3 p_1 V_1 ln3$$

$$Q_{23} = -3 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = -1500 \cdot 1.1 = -1650 J = -1.65 KJ$$

c. Lucrul mecanic se dezvoltă pe toate cele trei porțiuni:

$$L_{tot} = L_{12} + L_{23} + L_{34}$$

$$L_{12} = p_1 \Delta V_{12} = p_1 (V_2 - V_1) = 2 p_1 V_1$$

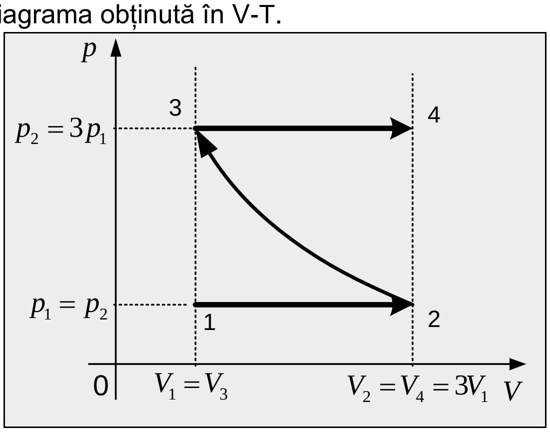
$$L_{23} = Q_{23} = -3 p_1 V_1 ln3$$

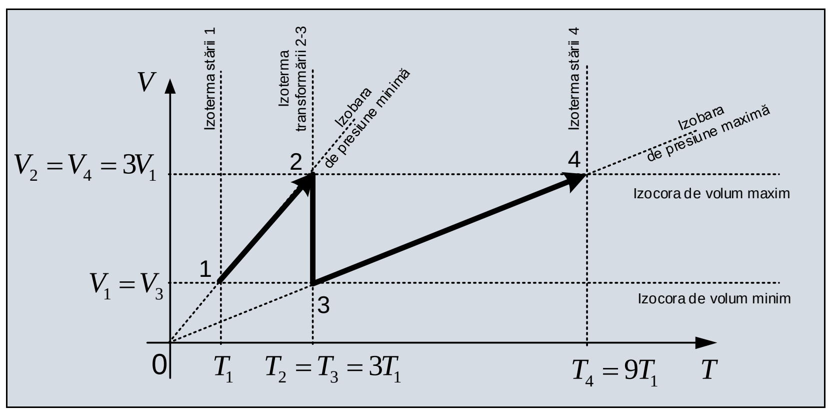
$$L_{34} = p_3 \Delta V_{34} = p_3 (V_4 - V_3) = 6 p_1 V_1$$

$$L_{tot} = 2 p_1 V_1 - 3 p_1 V_1 ln3 + 6 p_1 V_1 = (8 - 3ln3) p_1 V_1$$

$$L_{tot} = (8 - 3.3) \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 23.5 \cdot 10^2 = 2350 J = 2.35 KJ$$

d. Pentru reprezentarea grafică (conversia) în diagrama V-T, vom ține cont de caracterizarea transformărilor făcută încă de la începutul rezolvării. Aici vom evidenția izobarele de presiune minimă (cu pantă maximă) și de presiune maximă (cu pantă minimă), izocorele de volum maxim și minim și trei izoterme de temperaturi T_1, $T_2=T_3=3T_1$, $T_4=9T_1$. La intersecțiile celor trei curbe se vor situa stările 1, 2, 3, 4. Pentru o mai bună înțelegere prezentăm diagrama P-V, interpretată, și apoi diagrama obținută în V-T.





<u>Aprofundare pentru excelență:</u> Vom deduce funcțiile care reprezintă transformările noastre exprimate cu variabilele V și T, de forma $V = f(T)$.

Pentru transformarea 1-2, p = const, prin conversie vom avea o linie dreaptă care trece prin originea sistemului de axe V-T.

$$pV = \nu RT, \quad V = \frac{\nu R}{p_1} T = c_1 T - functie\ liniară$$

$$panta: \ c_1 = tg\alpha_1 = \frac{\nu R}{p_1} - i.p.\ cu\ p$$

Pentru transformarea 2-3, T = const, prin conversie vom avea o linie dreaptă verticală.

Pentru transformarea 3-4, p = const, prin conversie vom avea o linie dreaptă care trece prin originea sistemului de axe V-T, cu pantă mai mică.

$$pV = \nu RT, \quad V = \frac{\nu R}{p_3} T = \frac{\nu R}{3p_1} T = c_2 T = \frac{c_1}{3} T - functie\ liniară$$

$$panta: \ c_2 = tg\alpha_2 = \frac{\nu R}{p_2} - i.p.\ cu\ p$$

$$c_2 = tg\alpha_2 < c_1 = tg\alpha_1, \ \alpha_2 < \alpha_1$$