EXAMENUL DE BACALAUREAT / IUNIE-IULIE 2020

Proba Ed) - Filiera teoretică – profilul real, Filiera vocaţională – profilul militar

REZOLVAREA SUBIECTELOR PROPUSE, CU VARIANTE DE SOLUȚII, CU COMENTARII ȘI CU APROFUNDĂRI PENTRU ELEVII DE EXCELENȚĂ ÎN FIZICĂ

Autor: Prof. Titu Mastan

C. N. I. "Grigore Moisil" Braşov

Precizări:
Enunțurile originale și baremele propuse de autorii subiectelor le găsiți în arhiva noastră sau pe pagina oficială a MEC – www.edu.ro
În continuare prezentăm soluțiile pentru subiectele date la examen (varianta 6), la disiciplina FIZICĂ, pentru cele 4 capitole implicate: MECANICĂ, TERMODINAMICĂ, ELECTRICITATE, OPTICĂ.
Pentru înțelegerea cât mai bună a rezolvărilor de mai jos, vă rog să consultați în paralel și enunțurile (de preferință, să aveți deschise simultan ambele fișiere).

MECANICĂ - Subiectul I

La itemii de la acest subiect candidații trebuie să dea răspunsurile în formatul solicitat de enunțuri, adică direct, foarte scurt.
În acest material, se prezintă, **în plus**, și rezolvările, în unele cazuri cu variante, în scopul pregătirii sistematice a elevilor și al dezvoltării capacităților de deducere fundamentată a acestor răspunsuri.
Rețineți informațiile oferite de enunț. În acest caz:

" *Se consideră acceleraţia gravitaţională g = 10m/s²* ".

I.1. Se dă: $v = 7.2\frac{km}{h}$. Se deduce (pe ciornă): $v = 7.2\frac{km}{h} = 7.2\frac{10^3 m}{3600s} = 2\frac{m}{s} = 2ms^{-1}$

Rezultatul/răspunsul corect: b.

I.2. Se aplică formula de definiție a lucrului mecanic, pentru o forță constantă:

$$L(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\vec{d} = Fdcos\alpha\,.$$

Rezultatul/răspunsul corect: d.

Observație: Precizarea că forța în discuție este rezultanta forțelor nu era necesară, putând fi chiar derutantă. Formula menționată se aplică pentru orice forță constantă (ca vector).

I.3. Rezolvarea acestui item se bazează pe teorema de variație a impulsului unui punct material:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\cdot\Delta t = \vec{H}\,.$$

Abordând intuitiv problema (și implicit rezolvând mai rapid), deducem că forța este o **forță de antrenare**, pe direcția și în sensul mișcării. Aceasta va duce la mărirea valorilor (modulelor) vitezei și respectiv a impulsului, fără să modifice traiectoria mișcării (adică direcția și sensul mărimilor menționate mai sus).

Rezultatul/răspunsul corect: c.

Aprofundare pentru excelență: Pornim de la teorema impulsului și deducem impulsul final.

$$\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}\cdot\Delta t = \vec{H}$$
$$\vec{p} = \vec{p}_0 + \vec{F}\cdot\Delta t\,.$$

Luând un versor de referință i, pe direcția și în sensul mișcării corpului, rescriem formulele astfel:

$$\vec{p}_0 = p_0\vec{i}, \vec{F} = F\vec{i}, \vec{H} = H\vec{i}$$
$$\vec{p} = (p_0 + F\cdot\Delta t)\vec{i}$$
$$p = p_0 + F\Delta t > p_0\,.$$

Concluzia este că: în timpul acțiunii forței date, se menține direcția și sensul dar crește modulul impulsului corpului.

I.4. Se dau: $sin\alpha = 0.6, \quad \mu = 0.5$. Se poate deduce $cosa = \sqrt{1\text{-}sin^2\alpha} = 0.8$.
O rezolvare rapidă putem face aplicând direct (fără deducere) formula accelerației corpului liber pe planul înclinat, pentru mișcarea în josul planului. Apoi se fac calculele numerice:

$$a = g(sin\alpha - \mu cos\alpha)$$
$$a = 10 \cdot (0.6 - 0.5 \cdot 0.8) = 2m/s^2 = 2ms^{-2}$$

Rezultatul/răspunsul corect: a.

<u>**Aprofundare pentru excelență:**</u> Acest enunț ne ajută, precizând că corpul coboară pe planul înclinat. În alte probleme este bine să verificăm dacă este îndeplinită condiția de coborâre. Pentru aceasta vom compara unghiul planului înclinat cu unghiul de frecare. Avem de analizat următoarele cazuri:

$$\alpha > \varphi = arctg(\mu), corpul\ liber\ coboară\ uniform\ accelerat$$
$$\alpha < \varphi = arctg(\mu), corpul\ liber\ nu\ coboară$$
$$\alpha = \varphi = arctg(\mu), corpul\ liber\ coboară\ uniform,\ după\ un\ mic\ impuls$$

I.5. Pentru o rezolvare rapidă (suficientă și eficientă, în contextul examenului), vom folosi semnificația geometrică a spațiului în diagrama $v = f(t)$, și anume $S = A$ (aria figurii cuprinse sub graficul vitezei). Avem aici aria unui trapez.

Deci: $S = A = \dfrac{100+50}{2} \cdot 20 = 1500m = 1.5km$

Rezultatul/răspunsul corect: c.

<u>Observație:</u> Ar fi fost bine ca în enunțul problemei să se precizeze că mișcarea metroului este rectilinie.

<u>**Aprofundare pentru excelență:**</u> Să pornim de la definiția științifică a vitezei pentru o mișcare rectilinie, spre exemplu pe axa Ox.

$$v = f(t) = \frac{dx}{dt}$$

Să determinăm acum spațiul parcurs în intervalul de timp $\Delta t = t_2 - t_1$, adică $S = \Delta x = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt = A$. Astfel am demonstrat mai științific și am generalizat și echivalența între S și A.
În cazul nostru am avea:

$$S = A = \int_0^{100} v(t)dt = \int_0^{25} v_1(t)dt + \int_{25}^{75} v_2(t)dt + \int_{75}^{100} v_3(t)dt\ .$$

Bineînțeles că această variantă o s-o aplicăm numai în cazul unor funcții $v = f(t)$ mai complicate decât funcțiile liniare apărute în problema dată.

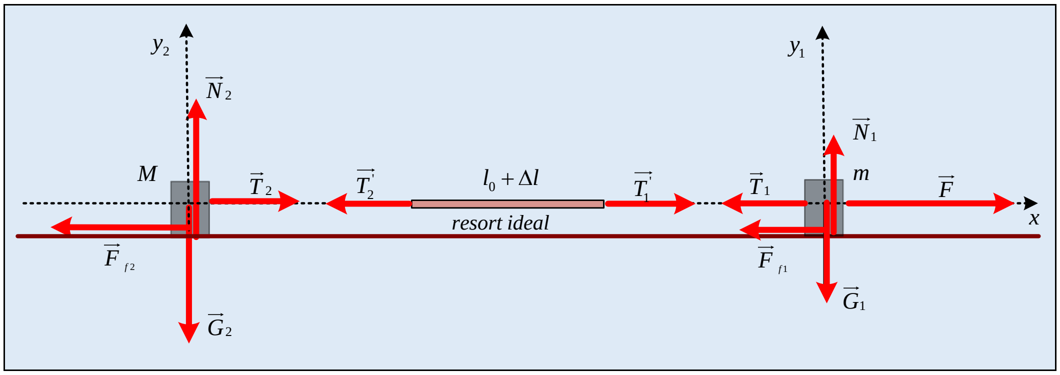
MECANICĂ - Subiectul II

În această problemă,

se dau: $M = 6kg,\ m = 2kg$; $\mu = 0.2,\ k = 600\dfrac{N}{m}$; $v = 2ms^{-1}$ și, se cer: $a.\ F_{ap_2} = ?$ $b.\ \Delta l = ?$ $c.\ F = ?$ $d.\ \Delta t_2 = ?$.

În bună parte vom rezolva această problemă prin metoda separării corpurilor, introducând asupra fiecărui corp forța de interacțiune dintre ele (în conformitate cu Principiul acțiunii și reacțiunii).

Autor: Prof. Titu Mastan
CNI ”Grigore Moisil”Brașov



a. Ambele corpuri sunt sprijinite pe o suprafață orizontală. Pentru fiecare corp se poate pune condiția de sprijinire. În cazul corpului 2:

$$R_{y2}=0,\ \ R_{y2}=N_2-G_2,\ \ N_2=F_{ap2}$$
$$F_{ap2}=G_2=Mg$$
$$F_{ap2}=N_2=6\cdot 10=60N$$

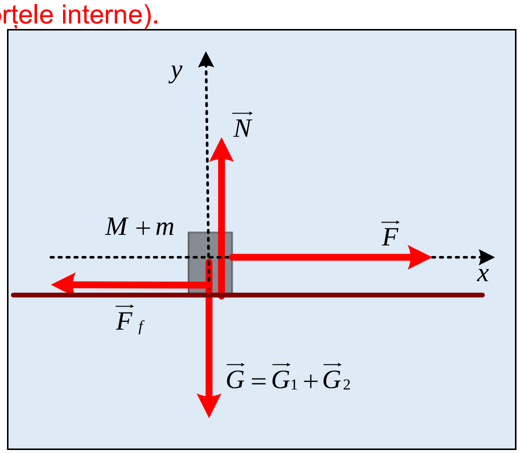
b. În situația inițială ambele corpuri se mișcă uniform, adică: $a_1=a_2=0$. În cazul corpului 2:

$$R_{x2}=Ma_2=0,\ \ R_{x2}=T_2-F_{f2}$$
$$T_2=F_e=k\Delta l,\ \ F_{f2}=\mu N_2=\mu Mg$$
$$k\Delta l=\mu Mg,\ \ \Delta l=\frac{\mu Mg}{k}$$
$$\Delta l=\frac{0.2\cdot 6\cdot 10}{600}=0.02m=2cm$$

c. Și mișcarea corpului 1 este uniformă. Deci:

$$R_{x1}=ma_1=0,\ \ R_{x1}=F-T_1-F_{f1}\ ,\ T_1=F_e=k\Delta l,\ F_{f1}=\mu N_1$$
$$R_{y1}=N_1-G_1=N_1-mg,\ \ F_{f1}=\mu mg$$
$$F=T_1+F_{f1}=k\Delta l+\mu mg$$
$$F=600\cdot 0.02+0.2\cdot 2\cdot 10=16N$$

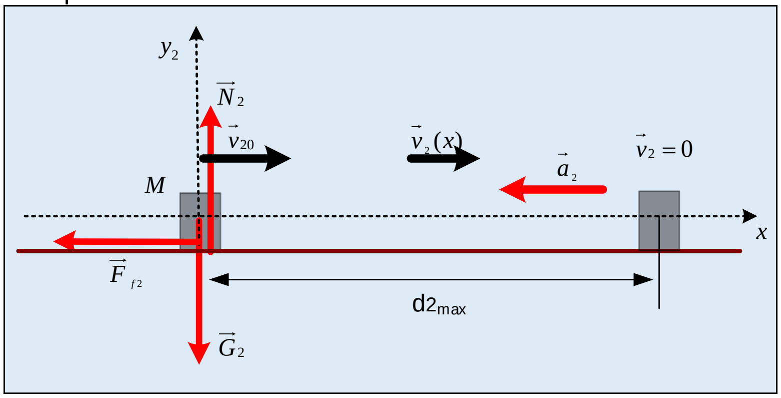
Variantă: Pentru contextul punctului c. (întrucât resortul este ideal), putem rezolva cerința și prin abordarea unitară a celor două corpuri. Putem considera cele două corpuri ca solidare și având masa M+m. Dispar astfel din analiza noastră forțele de interacțiune dintre corpuri (forțele interne).



Pentru C_1+C_2, avem:

$$R_x = (M+m)a = 0,\ \ R_x = F - F_f$$
$$F_f = \mu N,\ \ R_y = N - (G_1 + G_2) = 0,\ \ F_f = \mu(M+m)g\ .$$
$$F = 0.2 \cdot 8 \cdot 10 = 16N$$

d. Luăm acum corpul de masă **M separat**, deci ca și corp liber lansat pe un plan orizontal, cu viteza inițială v. Mai întâi, vom determina accelerația acestui corp liber.



$$R_{x2} = Ma_2 = -F_{f2} = -\ \mu Mg$$
$$a_2 = -\mu g = -2m/s^2 = const < 0\ .$$

Am demonstrat astfel că acest corp va avea o mișcare rectilinie uniform încetinită. Pentru a determina durata acestei mișcări, cea mai scurtă soluție este să aplică legea vitezei:

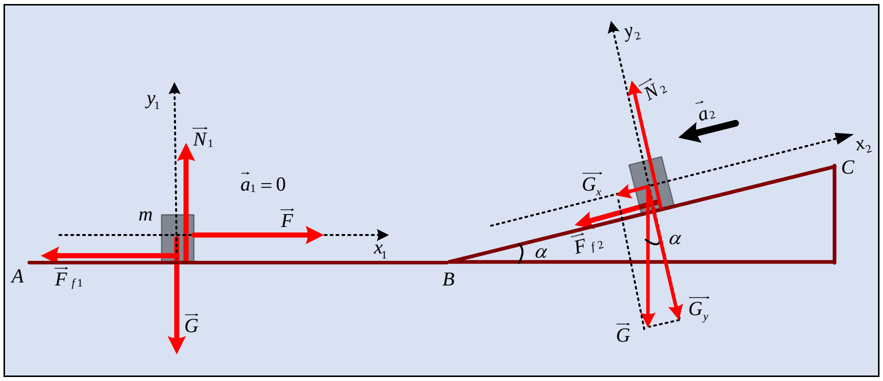
$$v_2 = v_{02} + a_2 \Delta t_2,\ \ v_2 = 0$$
$$\Delta t_2 = -\frac{v_{02}}{a_2} = \frac{v}{\mu g}\ .$$
$$\Delta t_2 = \frac{2}{2} = 1s$$

MECANICĂ - Subiectul III

În această problemă,

se dau: $m = 20kg,\ \ v = 10m/s$; $sin\alpha = 0.1,\ cos\alpha \approx 1$; $\mu_1 = 0.05,\ \ d = 40m$ și, se cer: $a.\ F = ?$ $b.\ P = ?$ $c.\ L_2(\vec{G}) = ?$ $d.\ \mu_2 = ?$.

Desenul care ne ajută să rezolvăm această problemă este următorul:



a. Pe porțiunea AB avem o mișcare rectilinie uniformă. Din analiza forțelor, și prin aplicarea Principiului II al mecanicii, rezultă:

Autor: Prof. Titu Mastan
CNI "Grigore Moisil"Brașov

$$R_{x1} = ma_1 = 0,\ \ R_{x1} = F - F_{f1}\ ,\ F_{f1} = \mu_1 N_1$$
$$R_{y1} = N_1 - G = N_1 - mg,\ \ F_{f1} = \mu_1 mg$$
$$F = \mu_1 mg$$
$$F = 0.05 \cdot 20 \cdot 10 = 10N$$

b. Puterea mecanică dezvoltată de o forță constantă, și într-o mișcare rectilinie uniformă, are cea mai simplă formulă:

$$P = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv\ .$$
$$P = 10 \cdot 10 = 100W$$

c. Lucrul mecanic al greutății corpurilor la urcare, în câmp gravitațional uniform, este negativ și se exprimă astfel:

$$L(\vec{G}) = -mgh,\ \ h = dsin\alpha$$
$$L_2(\vec{G}) = -mgdsin\alpha\ .$$
$$L_2(\vec{G}) = -20 \cdot 10 \cdot 40 \cdot 0.1 = -800J$$

d. Pentru acest punct vom propune mai multe variante de rezolvare, în scopul creșterii experineței candidaților la examen și a viitorilor studenți.
Varianta 1. (indicată pentru un examen la care nu-ți ajunge timpul) – se bazează pe aplicarea pe porțiunea BC a teoremei de variație a energiei cinetice a unui punct material (corp). Se iau stările extreme B și C:

$$\Delta E_c = E_{cC} - E_{cB} = L_{tot}$$
$$E_{cC} = 0,\ E_{cB} = \frac{mv^2}{2}$$
$$L_{tot} = L_2(\vec{G}) + L(\vec{N_2}) + L(\vec{F_{f_2}})$$
$$L_2(\vec{G}) = -mgdsin\alpha,\ L(\vec{N_2}) = 0, L(\vec{F_{f_2}}) = -F_{f_2} \cdot d$$
$$F_{f_2} = \mu_2 N_2,\ R_{y2} = 0,\ \ R_{y2} = N_2 - G_y,\ N_2 = mgcosa$$
$$F_{f_2} = -\mu_2 mgcos\alpha,\ L_{tot} = -mgd(sin\alpha + \mu_2 cos\alpha)\ .$$
$$\frac{mv^2}{2} = mgd(sin\alpha + \mu_2 cos\alpha)$$
$$\mu_2 = (\frac{v^2}{2gd} - sin\alpha) \cdot \frac{1}{cos\alpha}$$
$$\mu_2 \approx (\frac{10^2}{2 \cdot 10 \cdot 40} - 0.1) \cdot \frac{1}{1}$$
$$\mu_2 \approx 0.025$$

Varianta 2. (care s-ar putea să fie chiar mai scurtă) - se bazează pe teorema de variație a energiei mecanice (totale) pe porțiunea BC:

$$\Delta E = E_C - E_B = L_{fnc} = lucrul\ mecanic\ al\ fortelor\ neconservative$$
$$E_C = mgh = mgdsin\alpha,\ E_B = \frac{mv^2}{2}\ .$$
$$L_{fnc} = L(\vec{N_2}) + L(\vec{F_{f_2}}),\ \ L(\vec{N_2}) = 0,\ \ L(\vec{F_{f_2}}) = -F_{f_2} \cdot d$$
$$F_{f_2} = \mu_2 N_2,\ R_{y2} = 0,\ \ R_{y2} = N_2 - G_y,\ N_2 = mgcos\alpha,\ \ F_{f_2} = -\mu_2 mgcos\alpha,\ L_{fnc} = -\mu_2 mgdcos\alpha$$

Acum vom face înlocuirile și vom găsi expresia coeficientului de frecare:

$$mgdsin\alpha - \frac{mv^2}{2} = -\mu_2 mgdcos\alpha\ )$$

$$\mu_2 = (\frac{v^2}{2gd} - sin\alpha)\cdot\frac{1}{cos\alpha}$$

$$\mu_2 \approx (\frac{10^2}{2\cdot 10\cdot 40} - 0.1)\cdot\frac{1}{1}$$

$$\mu_2 \approx 0.025$$

Varianta 3. (care s-ar putea să fie chiar și mai scurtă) - se bazează pe aplicarea relației lui Galilei pe porțiunea BC. Aceasta necesită mai întâi determinarea accelerației **corpului liber** pe planul înclinat, pentru mișcarea în sus. Pentru obținerea punctajului maxim, la examen ar trebui dedusă formula accelerației. Aici o cităm din memorie:

$$a_2 = -g(sin\alpha + \mu_2 cos\alpha) = const < 0\,.$$

Pe BC avem o mișcare rectilinie uniform încetinită. Relația lui Galilei se va scrie:

$$v_2^2 = v_{02}^2 + 2a_2S_2 = v^2 - 2gd(sin\alpha + \mu_2 cos\alpha)\,.$$

$$v_2 = 0\ (oprire)$$

De aici se deduce expresia și valoarea coeficientului de frecare pe BC:

$$\mu_2 = (\frac{v^2}{2gd} - sin\alpha)\cdot\frac{1}{cos\alpha}\,.$$

$$\mu_2 \approx 0.025$$

Autor: Prof. Titu Mastan
CNI ”Grigore Moisil”Brașov